Invet. pens. crit. (2006) 4:88-93
ISSN 1812-3864

La porosidad de las rocas y su naturaleza fractal

Alexis Mojica[1,2] y Leomar Acosta[1]

[1]Profesor de Física, Universidad de Panamá (UP)
[2]Profesor de Física, Universidad Católica de Panamá (USMA)

email: alexis.mojica@gmail.com

Palabras claves

Geología, Física, Porosidad, Fractales, Rocas, Topología

La porosidad como propiedad física de las rocas

De acuerdo a las investigaciones llevadas a cabo por (Ruffet et al., 1995; Meglis et al., 1996; Jouniaux & Pozzi, 1997) sobre las propiedades físicas de las rocas, éstas se encuentran ligadas a la existencia de redes de fisuras, más o menos interconectadas. Las variaciones significativas de las propiedades físicas que se observan entre diversas muestras de una misma roca, han puesto en evidencia el efecto de la contribución de las fisuras y los poros. Gracias a estas cualidades físicas, es posible estudiar también los cambios de la densidad y las características geométricas, los cuales constituyen una fuente importante de heterogeneidades. Por otro lado, un análisis de tipo estadístico de las poblaciones de fisuras existentes en una roca, ha permitido caracterizar las redes interconectadas por los parámetros geométricos y/o topológicos, y estos, han revelado una enorme utilidad en la elaboración de modelos que explican la naturaleza de transporte.

Es importante recalcar el rol que juegan los contactos entre los granos en las propiedades físicas de los geomateriales, ya que su nivel de intervención en los procesos de reducción de porosidad de una roca sedimentaria sumisa a esfuerzos, es notable, y además, es determinante en relación a las propiedades mecánicas y elásticas. Es de vital importancia en Ciencias de la Tierra, poder predecir los cambios de porosidad en respuesta a las condiciones físicas en nuestro planeta, en la medida en que la porosidad está directamente ligada a las propiedades físicas de las rocas, entre otras, la resistencia mecánica y las propiedades de transporte que son la permeabilidad y la conductividad eléctrica. Pero aparte de todo lo expuesto con anterioridad, deseamos exponer en este artículo de divulgación, la necesidad de analizar éstas y otras tantas propiedades físicas, con un enfoque muy especial: el de la dimensión fractal.

Introducción al concepto fractal

Como sabemos, para la Geometría Clásica, un objeto con una dimensión igual a 0, corresponde a un punto aislado; por otro lado, una dimensión igual a la unidad corresponde a una recta, y para el caso de un cubo, su dimensión sería igual a 3. Pero en la Naturaleza nos encontramos con ciertas figuras cuya geometría describe valores no enteros de su dimensión. Más bien, a valores fraccionarios (1/2, 3/2, 5/2 por ejemplo) o a un número irracional (ln 20/ln 3 por ejemplo).

Es obvio que este hecho escapa a la percepción simple que tenemos del universo que nos rodea, pues no resulta fácil tener una idea de una figura geométrica con una dimensión que está entre 1 y 2, por citar solo un ejemplo. A estas figuras con dimensión fraccionaria se les conoce con el nombre de “fractales” y su descubrimiento se debe al trabajo de los matemáticos Benoit Mandelbrot y Gaston Maurice Julia.

Un fractal puede ser descrito como un ente geométrico distinto, o más específicamente, como un ente geométrico infinito; es decir, que su superficie o área posee un valor fijo (finito), pero su perímetro o longitud es infinito, es decir que no posee límites. Es obvio que esta definición resulta un tanto paradójica, y para entender más a profundidad sobre tal interesante e importante concepto, se hace necesario analizar ciertos tópicos matemáticos que se encuentra muy arraigados al mismo.

Es importante recalcar que este tipo de representaciones geométricas, se generan a través de un proceso de iteración[1] de un patrón geométrico establecido como fijo. Para comprender tan importante proceso matemático, consideremos el caso de un cuadrado cuyos lados poseen una longitud igual a la unidad (figura 1a).

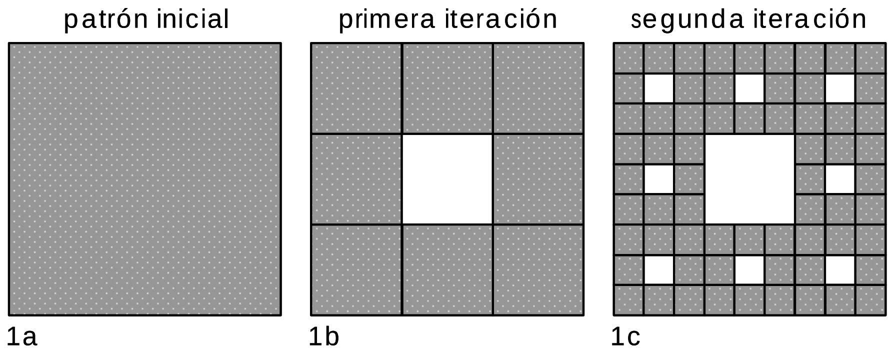

Figura 1 Representación gráfica de la construcción de un fractal a partir de un mecanismo iterativo.

[1] Una iteración consiste en la repetición de algo, una cantidad infinita de veces.

La primera iteración consiste en un proceso de división y sustracción, en el cual el cuadrado inicial se divide en 9 pequeños cuadrados, sustrayendo uno de éstos (figura 1b); tendremos entonces un total de 8 cuadrados. Como es de esperar, cada cuadrado tendrá por cada lado, una longitud igual a 1/3.

Para la segunda iteración, se repite exactamente el mismo proceso que el descrito con anterioridad, pero sobre cada uno de los 8 cuadrados ya antes mencionados; el resultado, la imagen de la figura 1c. Y de igual forma, podríamos continuar con este análisis de manera infinita, y al realizar los cálculos concernientes al valor de su dimensión, el mismo estará comprendido entre 1 y 2 (D = 1,8929 de acuerdo a Turcotte, 1997).

Este problema puede ser extendido al espacio tridimensional considerando un cubo como patrón inicial con longitudes de los lados igual a la unidad. Realizando dos iteraciones, obtendremos el conjunto de imágenes de la figura 2.

Para esta representación geométrica (conocida como Esponja de Menger), el valor de su dimensión fractal corresponde a un número irracional comprendido entre 2 y 3 (D = 2,7268).

La importancia del estudio de este tipo de representaciones, es que el mismo puede ser utilizado como modelo de flujo en un medio poroso con una distribución fractal de porosidad.

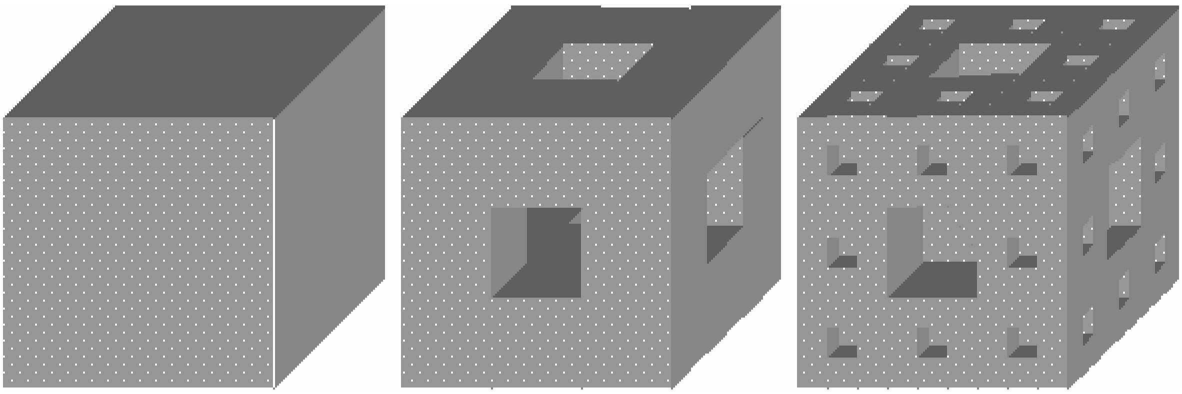

Figura 2 Construcción de un fractal a partir de un cubo (3 dimensiones) y un mecanismo iterativo (Esponja de Menger).

La porosidad, un parámetro geofísico con característica fractal

En el estudio de las características físicas de las rocas, podemos encontrar dos tipos de porosidad: la intergranular y la de fractura. Ambas revelan cualidades de tipo fractal ya que las fracturas se encuentran estrechamente relacionadas al proceso de fragmentación, mientras que en la Naturaleza nos encontramos con sistemas rocosos conformados por granos de roca, con dimensiones variadas.

Para entender la característica fractal de tan importante parámetro geofísico, podemos introducirnos en el modelo de la esponja de Menger, en el cual, el análisis se desarrolla a partir de un cubo de densidad $_0$ y de longitud r_0 dado; luego, al definir otros cubos con longitudes iguales a 3 veces la dimensión inicial r_0, obtenemos un total de 27 cubos de los cuales, se remueven 7 quedando un valor N_1 = 20 y r_1/r_0 = 3. Para esta primera iteración, es posible además tener información respecto a la razón de densidades, es decir que $_1/\ _0$ = 20/27. Para la segunda iteración, se tiene un total de 729 cubos, de los cuales 329 han sido removidos, quedando entonces N_2 = 400 y r_2/r_0 = 9. Calculando la razón de $_2/\ _0$ = 400/729. El análisis puede ser extendido a una tercera iteración, resultando un número total de cubos igual a 19683, de los cuales 11683 fueron removidos, de aquí que N_3 = 8000 y r_3/r_0 = 27. De esto se deduce además que $_3/\ _0$ = 8000/19683. El resultado de representar gráficamente los valores de $_n/\ _0$ en función de r_n/r_0, se ilustra en la figura 3.

Tal como lo muestra el gráfico, la ecuación matemática que relaciona estas variables está dada como:

$$\frac{\rho_n}{\rho_0} = \left(\frac{r_n}{r_0}\right)^{-0,273}$$

Como puede notarse, la densidad del sólido fractal decrece sistemáticamente con el incremento del tamaño de la muestra dada.

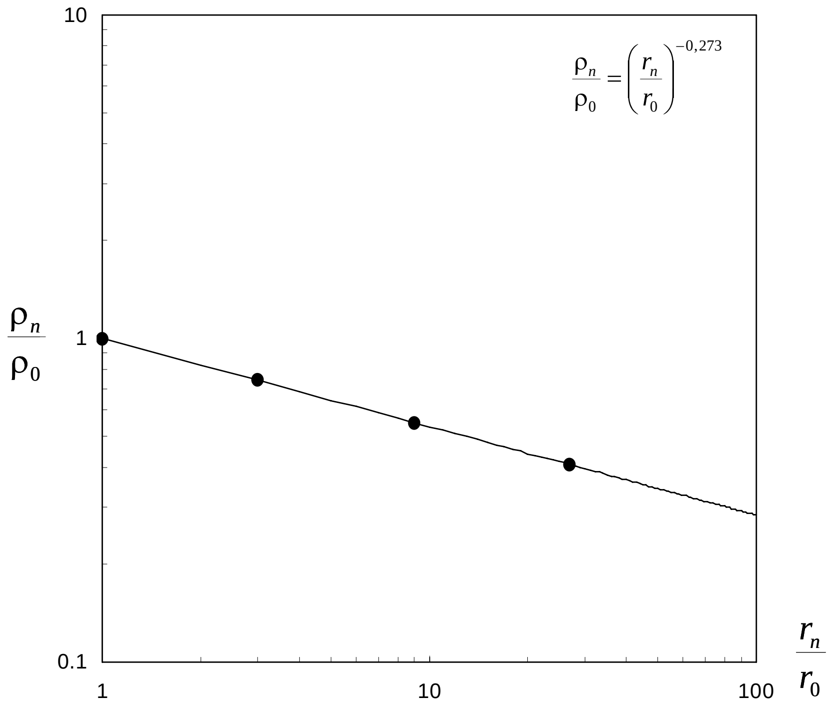

Figura 3 Dependencia de la razón ρ_n/ρ_0 con r_n/r_0 para la esponja de Menger.

Invet. pens. crit. (2006) 4:88-93
ISSN 1812-3864

Por otro lado, de acuerdo a ciertos autores (Turcotte, 1997), la relación matemática que liga estas variables está dada en términos de:

$$\frac{\rho_n}{\rho_0} = \left(\frac{r_n}{r_0}\right)^{D-3}$$

donde *D* corresponde a la dimensión fractal del sistema estudiado. De esta forma, encontramos que la dimensión fractal de la esponja de Menger es igual a 2,727. Todos estos resultados sugieren una estricta relación entre la porosidad de este sistema y su dimensión fractal:

$$\Psi = 1 - \left(\frac{r_n}{r_0}\right)^{D-3}$$

Conclusiones

Tal como lo han señalado algunos autores (Mandelbrot, 1967; Malo & Uruchurtu, 1995), al inicio, la geometría fractal se había convertido en una poderosa herramienta para la medición de perfiles costeros y la dimensión de rugosidades de superficies y volúmenes. Desde entonces, su uso se ha extendido a otras ramas del conocimiento científico y tecnológico. En este contexto, el modelo de la esponja de Menger, como entidad fractal, puede ser utilizado como un buen modelo para explicar la invariancia de escala a nivel de la porosidad de las rocas, y con esto, comprender más a fondo la naturaleza de aquellas sustancias que constituyen la capa más delgada de nuestro planeta.

Referencias

- Jouniaux, L. and Pozzi, J.P. Laboratory measurements anomalous 0.1-0.5 Hz streaming potential under geochemical changes: implications for electrotelluric precursors to earthquakes. J. Geophys. Res., Vol. 102, 15335 -15343, (1997).

- Malo, J.M. and Uruchurtu, J. La Naturaleza Fractal de la Corrosión. Revista Copaqui. Vol. 15, No. Especial, 137 – 148, (1995).

- Mandelbrot, B. How long is the coast of Britain? Statistical self – similarity and fractal dimension. Science. Vol. 156, 636 – 638, (1967).

- Meglis, I.L., Greenfield, R.J., Engelder, T. and Graham, E.K. Pressure dependence of velocity and attenuation and its relationship to crack closure in crystalline rocks. J.Geophys. Res., Vol. 101, 17523 -17533, (1996).

- Ruffet, C., Darot, M. and Gueguen, Y. Surface conductivity in rocks: a review. Surv. Geophys., Vol. 16, 83-105, (1995).

- Turcotte, D. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. Cambridge University Press, (1997).